情

令 和 5 年 度 入 学 者 選 抜

一般選抜（前期日程）・

特別選抜（社会人・帰国生徒・外国人留学生）試験問題

情報科学部

試験科目　数　学

試 験 開 始	9:30
試 験 終 了	11:30

【受験上の注意】

1　問題冊子・解答用紙は，試験開始の合図があるまで開かないこと。

2　試験開始後，ただちに次のことについて，よく確かめること。

ア．乱丁・落丁のある場合は，速やかに手を挙げ，監督者に知らせること。

イ．問題冊子は，全部で 8 ページである。

ウ．解答用紙は，全部で 4 枚である。

3　すべての解答用紙の所定の欄に，氏名，受験番号を記入すること。

4　解答は，所定の欄内にはっきりと記入し，欄外には記入しないこと。

5　問題冊子の余白は，メモまたは下書きに利用してよい。

6　解答用紙は，すべて回収する。

7　問題冊子は，持ち帰ること。

第１問

白玉 10 個と赤玉 5 個が袋に入っている。この袋から 1 個ずつ玉を取り出し，その順番で左から右へ 15 個の玉を一列に並べる。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) 列の左から 5 番目の位置にはじめて赤玉が並ぶ確率を求めよ。

(2) 列の左から n 番目の位置に 3 個目の赤玉が並ぶ確率を P_n $(3 \leqq n \leqq 13)$ とする。このとき，P_n が最大となる n とそのときの確率を求めよ。

(3) ちょうど 3 個連続して赤玉が並ぶ確率を求めよ。なお，4 個以上連続して赤玉が並ぶ事象はこの確率に含めないものとする。

(4) ちょうど 3 個連続して赤玉が並んだとき，その 3 個連続した最後の赤玉が列の左から n 番目の位置にある条件付き確率を Q_n $(3 \leqq n \leqq 15)$ とする。このとき，Q_n が最大となる n とそのときの確率を求めよ。

(余白)

第2問

平面上に，同一直線上にない3点 O$(0,\ 0)$，A$(s,\ t)$，B$(v,\ w)$ がある。点 P_n，Q_n $(n=1,\ 2,\ \cdots)$ を以下のように定める。線分 OA の中点を P_1，線分 $\mathrm{P}_1\mathrm{B}$ を $2:1$ に内分する点を Q_1，線分 OQ_1 の中点を P_2，線分 $\mathrm{P}_2\mathrm{B}$ を $2:1$ に内分する点を Q_2 とする。同様に，$n=3,\ 4,\ \cdots$ に対して，線分 OQ_{n-1} の中点を P_n，線分 $\mathrm{P}_n\mathrm{B}$ を $2:1$ に内分する点を Q_n とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}_{n+1}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OP}_n}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表せ。

(2) 点 P_n の座標を $(x_n,\ y_n)$ とする。x_n，y_n を s，t，v，w，n を用いて表せ。

(3) S_n を $\triangle \mathrm{AP}_n\mathrm{Q}_n$ の面積とする。$\displaystyle\lim_{n\to\infty} S_n$ を求めよ。

(余白)

第３問

関数 F，G を

$$F(a) = \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ a\,e^{-x} \sin x - (2a+1)\,e^{-x} \cos x \right\} dx$$

$$G(a) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left\{ a\,e^{-x} \sin x + 2(a+1)\,e^{-x} \cos x \right\}^2 dx$$

で定める。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) 定積分 $F(a)$ を求めよ。

(2) 定積分 $G(a)$ を求めよ。

(3) a が実数全体を動くとき，$\dfrac{F(a)}{G(a)}$ に最大値，最小値があれば，それを求めよ。

(余白)

第 4 問

以下の問いに答えよ。

(1) 条件

$$(z_1-\overline{z_1})\left(\frac{1}{\overline{z_1}}-\frac{1}{z_1}\right)=-\operatorname{Im}(z_1)\quad\text{および}\quad\operatorname{Im}(z_1)\neq 0$$

を満たす複素数平面上の点 z_1 はどのような図形を描くか。ただし，$\operatorname{Im}(z_1)$ は z_1 の虚部を表す。

(2) 複素数平面において，原点を中心とする半径 $2\sqrt{2}$ の円と (1) の点 z_1 が描く図形の共有点の偏角 θ を求めよ。ただし，偏角 θ の範囲は $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。

(3) 条件

$$|z_2-1-ai|=|z_2-(1+a)i|$$

を満たす複素数平面上の点 z_2 が描く図形と (1) の点 z_1 が描く図形が共有点を持つように，定数 a の値の範囲を定めよ。ただし，a は実数とし，i は虚数単位とする。

(余白)